TEORÍA DE LA UTILIDAD NEOCLÁSICA: UN JUEGO SEMÁNTICO DE INTERACCIÓN ESTRATÉGICA

Boris Salazar[*]
Andrés Cendales[**]

INTRODUCCIÓN

Este artículo intenta responder una pregunta: ¿es posible describir en términos analíticos la actividad de los economistas teóricos? Y si lo es, ¿cómo hacerlo? Con este fin, consideramos una de las actividades más comunes en los últimos sesenta años: la construcción de funciones de utilidad para representar las preferencias de agentes racionales en el marco de la teoría de la utilidad neoclásica (TUNC). Siguiendo a Wittgenstein (1975), suponemos que la construcción está dirigida por reglas y que esta labor de los economistas teóricos se puede estudiar como un juego de lenguaje.

El filósofo finlandés Jaakko Hintikka ha acercado la concepción original de Wittgenstein a la economía teórica contemporánea interpretando los juegos de lenguaje de buscar y encontrar mediante la teoría matemática de juegos. Hintikka encuentra una razón fundamental: la asignación de valores de verdad a las proposiciones pertenecientes a un juego de lenguaje se puede representar como un proceso de interacción estratégica entre dos partes o jugadores. En nuestro caso, el teórico neoclásico, que construye funciones de utilidad para describir el comportamiento de agentes racionales en situaciones de elección, interactúa con un jugador ideal (él mismo,

[*] Profesor del Departamento de Economía de la Universidad del Valle, bosalazar@gmail.com Agradecemos los valiosos comentarios de María del Pilar Castillo y Germán Guerrero, y el apoyo financiero de la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad del Valle. Fecha de recepción: 9 de septiembre de 2004, fecha de aceptación: 15 de febrero de 2005.

[**] Profesor del Departamento de Economía de la Universidad del Valle, gatsby24@latinmail.com

la naturaleza, un científico rival o un genio maligno) frente al cual debe encontrar una estrategia ganadora para ser reconocido como un seguidor competente de la teoría.

Emplearemos la teoría de los juegos semánticos para caracterizar la semántica de interacción estratégica asociada a la expresión cuantificacional F de segundo orden de la teoría de la utilidad neoclásica. En su trabajo clásico, Hintikka (1976, 17) hizo una distinción fundamental entre la lógica ordinaria o formal, entendida como lógica de las descripciones del mundo, y la lógica modal, entendida como el estudio sistemático de las propiedades e interacciones de los distintos mundos posibles. El uso de esta distinción tiene consecuencias decisivas, no establecidas hasta ahora, para entender la actividad de los seguidores de la TUNC. Para captar su fuerza, es pertinente aludir a interpretaciones alternativas.

Una interpretación inmediata y natural vería esa actividad como una confrontación directa entre los teóricos neoclásicos y el mundo real. Ellos lucharían por encontrar al menos una función de utilidad que represente los órdenes de preferencia existentes, y el mundo intentaría encontrar contraejemplos o situaciones reales para los que fuera imposible encontrar una función de utilidad. Por los avatares de las interacciones entre los seguidores de la TUNC y el mundo real, emergerían espacios de sombra y de luz: los primeros estarían formados por aquellas situaciones para las que no se ha podido construir ninguna función, y los segundos por aquellas para las que se han encontrado las funciones pertinentes. Estos últimos evidenciarían el éxito del programa de investigación; los primeros serían desechados por la teoría o se convertirían en espacios por conquistar en el futuro.

Koopmans (1980) sugirió otra alternativa. La teoría de la utilidad neoclásica no sería más que una instancia, entre muchas, del desarrollo de la estructura axiomática de la teoría económica de mitad del siglo pasado. Una vez elegido un conjunto de postulados, el razonamiento deductivo habría llevado a construir modelos cada vez más complejos y más cercanos al mundo real. La construcción de funciones de utilidad no sería más que una actividad, entre otras, de una tradición metodológica compuesta por un conjunto explícito de postulados, el uso sistemático del razonamiento deductivo y la elaboración de modelos de complejidad y realidad crecientes. No es difícil inferir que la alternativa de Koopmans no se ocupó de la semántica, o condiciones de verdad, de la TUNC.

Nuestra tesis es que estas interpretaciones naturales no hacen justicia a la TUNC. Su fuerza metodológica está en la muy especial relación que creó entre dos tipos de actividades diferentes: los juegos de salón, propios de la lógica formal, y los juegos de buscar y encontrar mundos posibles, asociados a la lógica modal. Hintikka es, por supuesto, responsable de haber detectado el papel de los juegos de salón como auxiliares de los juegos de buscar y encontrar mundos posibles. Nuestro aporte se limita a establecer las condiciones de esa interacción en la actividad de los seguidores de la TUNC y la semántica resultante de esas actividades.

¿Qué es lo que hace cualquier seguidor de la TUNC cuando se dedica a encontrar una función de utilidad que represente cierto orden de preferencias? Primero verifica que ese orden de preferencias cumpla los axiomas analíticos y de orden establecidos por la teoría. Una vez realizado ese procedimiento debe encontrar una función de utilidad que lo represente. Para que su procedimiento sea aceptable tiene que establecer y demostrar un teorema de representación que asegure la legitimidad de su construcción. En este quehacer del investigador neoclásico no hay ninguna interacción con elementos de la realidad observable. Se podría decir que el orden de preferencias refleja las preferencias reales de un individuo real, pero no es cierto en sentido estricto. Sean reales o no, lo decisivo es que su orden cumpla las propiedades exigidas por la teoría. En otras palabras, lo decisivo es que el orden de preferencias representado satisfaga las condiciones que definen un conjunto-modelo establecido por la práctica de la TUNC.

Al representar el orden de preferencias mediante una función de utilidad, el practicante neoclásico está estableciendo la legitimidad de su operación en ese tipo de mundo posible y, de paso, está garantizando la corrección de las proposiciones lógicas planteadas. La labor de construir ese conjunto-modelo es lo que denominamos juego de salón. Un juego extraño, en verdad, pues quien lo juega no tiene adversario, ni explora el mundo real para encontrar objetos apropiados, limitándose sólo a confirmar la verdad de ciertas proposiciones requeridas para construir un conjunto-modelo. De ahí su inexistente relación con el mundo real. Sus objetos, como indica con agudeza Hintikka (1976, 131), son secuencias de símbolos, creados con un trazo de lápiz. Si esto es así, ¿cuál es la relación de la TUNC con el mundo real? Es nuestra hipótesis que esta relación corresponde a una actividad distinta, que involucra la búsqueda de objetos reales y el uso de la lógica modal para captar la diversidad de mundos posibles que debe encontrar el investigador en su labor. Esta actividad se puede representar mediante juegos de buscar y encontrar mundos posibles. Sin embargo, antes de iniciar la actividad de buscar y encontrar mundos posibles, el investigador debe haber probado que es capaz de encontrar una estrategia ganadora en el juego de salón inicial. Es decir, debe haber sido capaz de cumplir con las exigencias lógicas de la teoría en las mejores condiciones posibles: en un tipo de mundo en el que los únicos modelos aceptables son aquellos que cumplen con las condiciones ya establecidas. Disponer de una estrategia ganadora en un juego de salón no garantiza nada en los juegos de buscar y encontrar, pero no encontrarla permite predecir que el investigador no tiene ninguna probabilidad de ganar en el segundo.

Si la actividad de los seguidores de la TUNC se limitara a construir funciones de utilidad para un tipo único de mundos posibles, sería una teoría limitada en extremo, incapaz de predecir hechos del mundo real –salvo aquellos que encajan de manera perfecta en ese tipo de mundo. Pero no es ese el alcance de la TUNC. Sus seguidores han ampliado el dominio de la teoría a otros tipos de mundos posibles, en los que el comportamiento de los agentes no es compatible ni con la racionalidad ni con el postulado de consistencia exigidos por el conjunto-modelo original. Como ya lo habrá sospechado el lector, el cubrimiento de otros mundos posibles exige encontrar nuevas estrategias en el juego de salón y transformar el conjunto-modelo original. Esperamos que la construcción aquí propuesta permita captar, también, la actividad expansionista de los seguidores de la TUNC.

Sostendremos que el conjunto-modelo como entidad abstracta, permite definir un tipo de mundos posibles que puede denotar o no situaciones observables en el mundo real. El componente modal, configurado por el juego semántico de buscar y encontrar mundos posibles asociado a F, permite establecer la noción de verdad de F en un contexto modal, es decir, la noción de verdad de F en un tipo de mundos posibles. Así, al considerar una situación posible de elección del tipo descrito por el conjunto-modelo, el investigador neoclásico debe construir un modelo, y verificar que éste satisfaga las propiedades del conjunto-modelo construido en el juego de salón. En términos modales, F debe ser verdadera en un estado de cosas, y en el modelo o mundo posible propuesto por la teoría.

TEORÍA DE LA UTILIDAD NEOCLÁSICA

Puesto que nuestro propósito es caracterizar –en el contexto de la teoría de los juegos semánticos– la estructura de interacción mediante la cual los economistas neoclásicos construyen funciones de utilidad, primero enunciaremos la oración cuantificacional F de segundo orden como expresión sintáctica de la TUNC.

Un lenguaje £2

Sea £2 un lenguaje interpretado al que definimos como sigue.

Alfabeto

1. Paréntesis: (,).
2. Conectivos lógicos: $\vee, \wedge, \neg, \Leftrightarrow, \Rightarrow$.
3. Símbolos de cuantificador: $\forall, \exists$.
4. Variables de relación: $\geq, \sim, >: X \subset R^n \rightarrow X$. En particular, $\geq$ como variable de relación permite nombrar un objeto arbitrario, en nuestro caso, una conducta de preferencia cualquiera que tiene lugar en X.
5. Constantes de relación: $(\geq_\lambda)\geq_\lambda$. Como constante de relación, $\geq_\lambda$ es una conducta de preferencia que un agente económico exhibe en una situación de elección del mundo exterior. De este modo, $(\geq_\lambda)_{\lambda\in v}$ es el conjunto de todas las posibles conductas de preferencia que pueden tener lugar en el mundo exterior.
6. Variable de función m: $\mu: X \subset R^n \rightarrow R$.
7. Constantes de función: $(\mu_\lambda)_{\lambda\in\wedge}$. Como antes, μ es un objeto arbitrario cualquiera, y μ_λ es un nombre para μ, es decir, una función de utilidad que define una regla de formación $\mu_\lambda(x)$ de manera explícita.
8. Símbolos de predicado unario y binario $T_1(\geq)$ y $T_2(\mu, \geq)$. $T_1(\geq)$ como símbolo de predicado unario permite expresar una propiedad que cumple la conducta de preferencia *al menos tan preferido como* en una situación de elección cualquiera. Y $T_2(\mu, \geq)$ es un símbolo de predicado binario que expresa una relación entre μ y $\geq$ como objetos arbitrarios de nuestro dominio de discurso.

Sintaxis

Si un término t de £2 es una variable o constante de £2, y se obtiene una fórmula atómica reemplazando las variables de un símbolo de predicado por términos de £2, entonces, para las variables de £2 se definen dos fórmulas atómicas en nuestro lenguaje interpretado: $T_1(\geq)$ y $T_2(\mu, \geq)$; e infinitas fórmulas atómicas considerando las constantes de relación y función: $T_1(\geq_\lambda)$ y $T_2(\mu_\lambda, \geq_\lambda)$. Suponemos una sintaxis definida de la manera usual en el contexto de la lógica clásica (Enderton, 1987, 168).

Una oración de £2

Conjunto de consumo

Suponiendo que existe un número finito de l mercancías perfectamente divisibles, sea $X \subset R^l$ el conjunto de consumo de un agente económico definido de la manera usual (Villar, 1996, 23).

Preferencias

Suponemos que la conducta de preferencia débil $\geq \in X^x$ cumple los axiomas de orden y analíticos usuales, a saber: (axioma 1) reflexividad, (axioma 2) completitud, (axioma 3) transitividad, (axioma 4) continuidad y (axioma 5) no saciabilidad. Por tanto, sea $\rceil = \{a$: a es axioma $1, \ldots 4$ ó $5\}$. Se supone, además, que $\geq$ satisface $\rceil$. En símbolos, $||_{\geq} \rceil$.

Expresión de la TUNC como ecuación de £2

Diremos que m $\mu \in R^x$ representa $\geq \in X^x$, en símbolos, $|||\geq \mu$, si y sólo si,

$$(x \sim x' \Rightarrow u(x) = u(x')) \wedge (x \succ x' \Rightarrow u(x) > u(x')) \qquad (1)$$

Sea F una oración de £2, tal que,

$$F: (\forall \geq \in X^x)\ (|||_{\geq} \rceil)(\exists\ \mu \in R^x)(|||_{\geq} \mu) \qquad (2)$$

Para nuestro propósito de considerar a la TUNC como un juego en el sentido de la teoría de juegos definamos la forma normal prenexa de F como sigue:

$$F: (\forall \geq \in X^x)\ (\exists \mu \in R^x)(||_{\geq} \rceil \wedge |||_{\geq} \mu) \qquad (3)$$

En donde $(\forall \geq \in X^x)\ (\exists \mu \in R^x)$ es el prefijo de F y $(||_{\geq} \rceil \wedge |||_{\geq} \mu)$ es la matriz de F.

JUEGO DE BUSCAR Y ENCONTRAR CORRELACIONADO CON F

Para determinar la semántica de F, usamos un juego de lenguaje de buscar y encontrar, definido dentro del contexto de la teoría matemática de juegos. La justificación de este paso es inmediata: las actividades de buscar y encontrar encaminadas a verificar F, para $\geq$ y μ, se rigen por reglas que conforman una situación de juego estratégico (Hintikka, 1976, 122).

Jugadores

A los cuantificadores $\forall$ y $\exists$ en F asociamos los jugadores Naturaleza y Neoclásico, respectivamente.

Iinformación

El juego de buscar y encontrar es un juego con información perfecta con respecto al espacio de estrategias de cada jugador. Diremos que $(\geq_\lambda)_{\lambda\in\wedge}$ y $(\mu_\lambda)_{\lambda\in\wedge}$ constituyen el espacio de estrategias de Naturaleza y Neoclásico, respectivamente.

Orden del juego

Sean G_0 y G_1 instancias de sustitución de las subfórmulas $||_\geq]$ y $|||_\geq$ μ respectivamente. De acuerdo con las reglas G, el orden del juego se establece según el orden de aparición de los cuantificadores en F; Naturaleza juega primero y elige un movimiento $\geq_\lambda$ de $(\geq_\lambda)_{\lambda\in\wedge}$ tal que $||_{\geq\lambda}]$, en símbolos, $G_0(\geq/\geq_\lambda)$. El hecho de que Naturaleza elija un movimiento $\geq_\lambda$ sugiere que el estado del mundo es de tal forma que $\geq_\lambda$ es una conducta de preferencia racional para un agente económico en situación de elección del mundo exterior. Es decir, $\geq_\lambda$ es la realización de un posible estado de cosas, una situación posible, aquella en la que una conducta de preferencia de la forma *al menos tan preferida como* se ejecuta en el mundo exterior de modo que resulta consistente. Una conducta, debemos advertir, entre muchas otras posibles, incluso no racionales.

Así mismo, puesto que G_1 es la fórmula que sigue a G_0 en F, a Neoclásico le corresponde jugar eligiendo un movimiento μ_λ de $(\mu_\lambda)_{\lambda\in\wedge}$ tal que $|||_{\geq\lambda}\ \mu_\lambda$, $G_1(\mu/\mu_\lambda)$. La elección del movimiento μ_λ, que Neoclásico escoge entre su espacio de estrategias, corresponde a la construcción de una función de utilidad μ_λ en el mundo de la teoría neoclásica. Así, $G_0(\geq/\geq_\lambda)$ es para Neoclásico un enigma, un rompecabezas que debe resolver buscando los usos adecuados que debe dar a los términos de clase para construir un individuo $\mu_\lambda\in(\mu_\lambda)_{\lambda\in\wedge}$ tal que μ_λ represente la conducta de preferencia $\geq_\lambda$ que un agente económico exhibe en una situación de elección del mundo exterior, es decir, $|||\ \geq_\lambda\ \mu_\lambda$. De este modo, en dos jugadas se alcanza un predicado dos-ádico de la forma $P(\geq_\lambda, \mu_\lambda)$. Sea $A=\{P(\geq_\lambda, \mu_\lambda): P(\geq_\lambda, \mu_\lambda) = ||_{\geq\lambda}] \wedge |||_{\geq\lambda}\ \mu_\lambda\}$.

Si $\geq_{\lambda}$ es la concreción de una conducta racional de preferencia en el mundo observable, $|| _{\geq\lambda}]$; y μ_{λ} es una función de utilidad que representa dicha conducta, $||| _{\geq\lambda} \mu_{\lambda}$, entonces, μ_{λ} es un modelo, un mundo posible. Sea $\varphi = \{\mu_{\lambda}: ||| _{\geq\lambda} \mu_{\lambda}$ para algún $\lambda \in \wedge\}$ la clase de mundos posibles (Hintikka, 1976, 20).

Estrategias

Para cada posible instancia de sustitución $G_0(\geq/\geq_{\lambda})$ elegida por Naturaleza, el objetivo de Neoclásico es buscar y encontrar una instancia de sustitución $G_1(\mu/\mu_{\lambda})$ tal que la proposición dos-ádica $A_i = P(\geq_{\lambda}, \mu_{\lambda})$ alcanzada sea verdadera. De ahí que el juego de buscar y encontrar sea un juego extramuros una vez Neoclásico deba encontrar "al aire libre" en μ, dada la $G_0(\geq/\geq_{\lambda})$ que elije Naturaleza, aquella instancia de sustitución $G_1(\mu/\mu_{\lambda})$ tal que $P(\geq_{\lambda}, \mu_{\lambda})$ sea verdadera (ibíd., 131). El fin de Neoclásico es tratar de ganar en el juego de explorar el mundo $(\mu_{\lambda})_{\lambda \in \wedge}$.

En cambio, el objetivo de Naturaleza es buscar y encontrar una instancia de sustitución $G_0(\geq/\geq_{\lambda})$ tal que Neoclásico no logre encontrar ninguna instancia de sustitución $G_1(\mu/\mu_{\lambda})$ que le permita alcanzar una proposición $P(\geq_{\lambda}, \mu_{\lambda})$ verdadera. Es decir, Naturaleza busca elegir una instancia de sustitución que constituya un contraejemplo de F o, lo que es lo mismo, una instancia de sustitución para la que Neoclásico no pueda encontrar los usos apropiados que pueda dar a los términos de clase para construir el campo escalar requerido para representar $\geq_{\lambda}$ tal que $|| _{\geq\lambda}]$. Y puesto que el juego es de suma cero, por el principio de no contradicción de la lógica clásica, si $P(\geq_{\lambda}, \mu_{\lambda})$ es verdadera Neoclásico gana la partida y Naturaleza pierde; de lo contrario, Naturaleza gana y Neoclásico pierde.

Si el juego de buscar y encontrar asociado a F constituye un método de confrontación entre lenguaje y realidad *pari passu* y, por tanto, una descripción del significado de la verdad de F en términos de la teoría matemática de juegos (ibíd., 127), entonces, para entender F el jugador Neoclásico no construye todas y cada una de las proposiciones $P(\geq_{\lambda}, \mu_{\lambda})$ a las que F da lugar, pues "para esto no tenemos bastante tiempo (o espacio de memoria)" (ibíd., 128).

La afirmación de Hintikka alude a los costos de complejidad y computación asociados con la actividad de búsqueda que Neoclásico debe realizar "al aire libre" en μ, en su propósito de verificar F como proposición dos-ádica $P(\geq_{\lambda}, \mu_{\lambda})$. No sería económico ni eficiente ir por el mundo tratando de encontrar, uno a uno, todos los objetos posibles y evaluando si son una instancia de sustitución adecuada en nuestra oración. Los padres de la TUNC –Arrow, Debreu y Samuelson– lo vieron muy claro, y en lugar de hacer una excursión ineficiente por el mundo exterior, crearon, con un trazo de lápiz sobre el papel, en forma de axiomas y demostraciones matemáticas, la construcción que sustituía a todas las actividades de buscar y encontrar. Con ello crearon las condiciones mínimas para ganar el juego extramuros, en cualquier situación.

Lo que el juego de buscar y encontrar permite al jugador Neoclásico es comprender F a través de comparaciones finitas con la realidad económica. El punto es que el investigador neoclásico realiza actividades encaminadas a la búsqueda sistemática de los usos apropiados para los términos de clase, consumidor, preferencia, mercancía y utilidad, con el fin de construir el individuo μ_λ que represente la conducta de preferencia que se supone sigue un consumidor racional en una situación de elección. De este modo, lo que el jugador Neoclásico logra a través del juego de buscar y encontrar es conectar F con la realidad económica, y definir F como una oración de segundo orden (ibíd., 128).

En consecuencia, si Neoclásico gana el juego de buscar y encontrar, es decir, si F es verdadera si y sólo si para cada proposición dos-ádica $P(\geq_\lambda, \mu_\lambda)$ en A, $P(\geq_\lambda, \mu_\lambda)$ es cierta, entonces debe existir una estrategia ganadora para Neoclásico que le permita saber, dada $G_0(\geq/\geq_\lambda)$, cuándo un individuo $\mu_\lambda \in (\mu_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$, que ha buscado y encontrado en el juego extramuros, es tal que $||| _{\geq\lambda}\, \mu_\lambda$. Es decir, una estrategia que le permita distinguir cuáles son los usos adecuados que requiere dar a los términos de clase para construir aquel μ_λ que verifique cada posible oración $P(\geq_\lambda, \mu_\lambda)$ alcanzada en el desarrollo del juego.

Juegos de lenguaje de la lógica formal como juegos de salón: construcción de una estrategia ganadora

Con el fin de verificar F como generalización, Neoclásico asume el papel de abogado del diablo –es decir, el papel de Naturaleza– para tratar de encontrar al menos un contraejemplo de F. De modo que Neoclásico gana el juego extramuros si puede derrotar siempre a Naturaleza y, en consecuencia, verificar F (ibíd., 125). Para lograr tal propósito ha de considerar la mejor situación que pueda sobrevenir en el juego de buscar y encontrar asociado a F, a saber: aquella en la que siempre encuentre los individuos μ_λ que está buscando. Pues si Neoclásico puede ser derrotado incluso en este caso óptimo, será derrotado en cualquier circunstancia, y en cualquier secuencia de movimientos.

Pero considerar el caso óptimo es estudiar el caso en el que, dado un representante del conjunto de búsqueda de Naturaleza, Neoclásico debe estar en capacidad de introducir una instancia de sustitución mediante un *fiat* (ibíd., 133), o lo que es lo mismo, de construir una instancia de sustitución $\ulcorner$, que es una descripción parcial de φ, tal que F sea verdadera. Por tanto, Neoclásico conecta a F con una oración $\bar{F}$ tal que $\bar{F}$ es la forma estándar de Skolem de F y se define como sigue:

$$\bar{F}: (\forall \geq)(||_{\geq} \rceil)(|||_{\geq} f(\geq))$$

Aquí $\bar{F}$ es un enunciado que hace explícita la existencia de una estrategia ganadora a través de una relación f cuyo recorrido se encuentra definido en términos de $\ulcorner$. De tal forma que, dada una instancia de sustitución $G_0(\geq/\geq_\lambda)$ elegida por Naturaleza, Neoclásico debe encontrar una instancia de sustitución $G_1(\mu/\mu_\lambda)$, tal que μ_λ sea una interpretación de $\ulcorner$, es decir, que μ_λ satisfaga $\ulcorner$. En símbolos, $\models \mu_\lambda \ulcorner$. Definamos f como sigue:

$$f: (\geq_\lambda)_{\lambda \in \Lambda} \rightarrow (\mu_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$$

$$\geq_\lambda \mapsto f(\geq_\lambda) = \mu_\lambda \Leftrightarrow | = \mu_\lambda \ulcorner \qquad (4)$$

La construcción de $\ulcorner$ implica introducir un individuo en F sin haber encontrado ninguno, en lo que pareciera ser la anticipación de un resultado exitoso de un proceso de búsqueda en el juego extramuros. Sin embargo, no existe garantía alguna de un éxito eventual en el juego de buscar y encontrar asociado a F (ibíd., 133). Pues, si bien es cierto que f determina la estrategia ganadora a través de $\ulcorner$, dada una instancia de sustitución $G_0(\geq/\geq_\lambda)$ elegida por Naturaleza, $\ulcorner$ no ofrece a Neoclásico algoritmo alguno para encontrar una instancia de sustitución $G_1(\mu/\mu_\lambda)$ tal que $\models \mu_\lambda \ulcorner$, y así alcanzar una proposición $P(\geq_\lambda, \mu_\lambda)$ verdadera.

En consecuencia, $\ulcorner$ es una fórmula que expresa sanción, aprobación; y se puede entender también como una orden, un decreto, un comando, que autoriza a alguien para que realice cierta acción, a saber: la de elegir un individuo μ_λ tal que $|||_{\geq\lambda} \mu_\lambda$. Pues, si $\not\models_{\mu\lambda} \ulcorner$, entonces, $f(\geq_\lambda) \neq \mu_\lambda$, o sea, $\neg (|||_{\geq\lambda} \mu_\lambda)$. Luego, μ_λ no habrá de ser el individuo que efectivamente represente $\geq_\lambda$. En símbolos,

$$\not\models_{\mu\lambda} \ulcorner \Leftrightarrow f(\geq_\lambda) \neq \mu_\lambda \qquad (5)$$

Si, mediante un *fiat*, Neoclásico llega a una construcción que anticipa y reemplaza a la búsqueda de objetos reales propia del juego extramuros de la TUNC, ¿cuál es la función del *fiat*? El *fiat* autoriza a sustituir y anticipar. Permite sustituir el juego de buscar y encontrar en el mundo exterior por un juego de salón y, al hacerlo, permite introducir un representante del individuo ideal sin haber encontrado ninguno en el mundo real. Al mismo tiempo, anticipa todos los objetos o individuos reales que podrían hacer verdadera a F. Si la teoría es el atajo más efectivo para llegar a la realidad, el uso del *fiat* para construir el conjunto-modelo es teoría en plena acción: antes de buscar todos los objetos reales que podrían ser sustituidos en F, es recomendable y necesario construir un objeto ideal que anuncia qué tan exitosa puede ser la búsqueda de objetos pertinentes en el mundo real. El uso de ⌈ no garantiza nada, por supuesto. El éxito de cada investigador en el juego de buscar y encontrar depende de sus propias capacidades, tenacidad e imaginación. Pues ⌈ como objeto construido mediante un *fiat* sólo garantiza la existencia de una estrategia ganadora en el juego de buscar y encontrar que asegura al jugador Neoclásico potencial que sí vale la pena jugar el juego extramuros.

Así llegamos a una situación en apariencia paradójica: la existencia de ⌈ sólo permite afirmar que F se puede verificar en cualquier jugada, sin ofrecer algoritmo alguno para alcanzar ese objetivo y sin dar ninguna certeza acerca de si Neoclásico podrá encontrar los individuos $\mu_\lambda \in (\mu_\lambda)_{\lambda \in \Lambda}$ apropiados en cada jugada efectiva del juego extramuros.

De ahí que la lógica formal, al ocuparse del mejor caso posible que pueda surgir en el juego de buscar y encontrar asociado a F, no muestre con suficiente claridad la pertinencia práctica de los juegos extramuros de incurrir en una sucesión de actos de construcción de aspecto arbitrario de un conjunto-modelo para guiar nuestras búsquedas de individuos adecuados (Hintikka, 1976, 133-136). Aún así, es pertinente metodológicamente llevar a cabo la construcción de ⌈ porque permite determinar no sólo si es posible derrotar a Naturaleza en cada jugada, sin construir todas y cada una de las proposiciones $P(\geq_\lambda, \mu_\lambda)$ a las que F da lugar, sino también determinar la estrategia ganadora correspondiente al juego extramuros asociado a F.

Y puesto que ⌈ es un representante de φ, entonces φ es la clase de instancias de sustitución $G_1(\mu/\mu_\lambda)$ con la que se alcanzan proposiciones verdaderas en el mundo descrito por ⌈. Y al ser ⌈ una descripción parcial de φ, un conjunto de estados de cosas posibles, es la descripción de un tipo de mundo posible (ibíd., 22). Es decir, φ constituye un conjunto de mundos posibles de un mismo tipo, del tipo ⌈ que hacen verdadera a F.

Si la construcción de $\lceil$ ocurre en el juego de lenguaje de la lógica formal de segundo orden como juego de salón, entonces cada objeto obtenido a través de una sucesión de actos de construcción en el marco de la lógica formal de segundo orden ya no es una entidad que pertenezca al dominio de discurso considerado por Neoclásico y Naturaleza, sino un objeto abstracto obtenido a través de distintas secuencias de símbolos. Sea $\lceil$ un conjunto-modelo definido como sigue (Villar, 1996, 30-32):

$$\lceil = \langle X, \geq, d, u \rangle \tag{6}$$

$$(\varnothing \neq X = \bar{X} \subset R^l \text{ convexo})$$

$$(\geq: X \rightarrow X) (| | \geq \rceil)$$

$$(d: X \rightarrow R)(d(x) = ||x - x^0||)$$

$$(MI\ (x) \subseteq X)\ (d(MI(x)) = \min_{x \in MI(x)} d(x)$$

$$(u: R^l \rightarrow R)(u(x) = d(MI\ (x)))$$

Una vez construido el conjunto-modelo $\lceil$, es posible formular de manera explícita la existencia de una estrategia ganadora $\bar{F}$. Sea

$$f: (\geq_\lambda)_{\lambda \in \wedge} \rightarrow (\mu_\lambda)_{\lambda \in \wedge}$$

$$\geq_\lambda \mapsto f: (\geq_\lambda) = \mu_\lambda \Leftrightarrow | =_{\mu\lambda} \langle X, \geq, d, \mu \rangle \tag{7}$$

Tal que

$$\mu_\lambda \langle X, \geq, d, \mu \rangle \Leftrightarrow (\forall\ \bar{\mu}_\lambda\text{"}\ I(x), \bar{\mu}_\lambda\text{"}\ I(x'))$$

$$(\bar{\mu}_\lambda\text{"}\ I(x) = \{k_1\} \wedge \bar{\mu}_\lambda\text{"}\ I(x) = \{k_2\} \wedge x \neq x'$$

$$(\{k_1\} \neq \{k_2\} \Rightarrow (k_1 > k_2) \vee (k_2 > k_1))$$

$$((k_1 > k_2) \Rightarrow (x \succ_\lambda x' \ \wedge d(I(x)) > d(I(x'))))$$

$$((k_1 < k_2) \Rightarrow (x' \succ_\lambda x \ \wedge d(I(x)) < d(I(x'))))$$

$$(\{k_1\} = \{k_2\} \Rightarrow (k_1 = k_2))$$

$$((k_1 = k_2) \Rightarrow (x' \sim_\lambda x \wedge) \; d(I(x)) = d(I(x'))))$$

En donde μ_p"I(x) corresponde a la imagen de la clase de equivalencia I(x) bajo μ_p, siguiendo la notación de Whitehead y Russell (Pinter, 1971, 64).

Puesto que tenemos una estrategia ganadora determinada por f, el valor del juego extramuros asociado a F es el pago obtenido, o lo que es lo mismo, F es verdadera. De ahí la conexión entre el concepto del valor de verdad de F y el concepto, proveniente de la teoría de juegos, de valor del juego correlacionado (Hintikka, 1976, 98).

NOTAS FINALES

Lo que hemos planteado hasta ahora se puede escribir en forma más compacta con la notación de Abramsky (1996). ¿Qué ganamos con esta notación? Un grado de cobertura mucho mayor para la teoría propuesta. De hecho, la estructura formal de Abramsky permite cubrir cualquier tipo de juego, de cualquier longitud. Decimos que a F le corresponde el juego de buscar y encontrar G, que es una estructura $\langle M_G, \lambda_G, P_G \rangle$ donde:

1. M_G es el conjunto de movimientos del juego. De modo que si $(\geq_\lambda)_{\lambda \in \wedge}$ y $(\mu_\lambda)_{\lambda \in \wedge}$ constituyen el espacio de estrategias de Naturaleza y Neoclásico, respectivamente, entonces:

$$M_G = (\geq_\lambda)_{\lambda \in \wedge} \cup (\mu_\lambda)_{\lambda \in \wedge} = \{\alpha : \alpha \in (\geq_\lambda)_{\lambda \in \wedge} \vee \; \alpha \in (\mu_\lambda)_{\lambda \in \wedge}\}$$

2. λ_G es un mapeo de M_G en {Naturaleza (O), Neoclásico (P)} que asocia un jugador a cada movimiento realizado, es decir,

$$\lambda_G : M_G \rightarrow \{O, P\}$$

$$\alpha \mapsto \lambda_G(\alpha) = \left\{ \begin{array}{l} O \text{ si } \alpha = \geq_\lambda \text{ para algún } \lambda \in \wedge \\ P \text{ si } \alpha = \mu_\lambda \text{ para algún } \lambda \in \wedge \end{array} \right\}$$

3. P_G es un subconjunto de M_G^{alt}, el conjunto de todas las jugadas de longitud 2 tal que son movimientos alternativos en M_G. Así, dadas las reglas de los juegos extramuros se tiene que:

$P_G = (\geq_\lambda)_{\lambda\in\wedge} \times (\mu_\lambda)_{\lambda\in\wedge} = \{(\geq_\lambda, \mu_\lambda): \geq_\lambda \in (\geq_\lambda)_{\lambda\in\wedge} \wedge \mu_\lambda \in (\mu_\lambda)_{\lambda\in\wedge}\}$

En consecuencia, el juego semántico G asociado a F,

$$G \left\langle (\geq_\lambda)_{\lambda\in\wedge} \cup (\mu_\lambda)_{\lambda\in\wedge}\, \lambda(\alpha) = \begin{cases} O\overset{\alpha}{\downarrow} \text{ si } \alpha = \geq_\lambda \forall\, \lambda\in\wedge \\ P \text{ si } \alpha = \mu_\lambda \forall\, \lambda\in\wedge \end{cases}, (\geq_\lambda)_{\lambda\in\wedge} \times (\mu_\lambda)_{\lambda\in\wedge} \right\rangle$$

representa al árbol

$$\begin{array}{l} \overset{\circ}{\downarrow} \geq_\lambda \text{ para algún } \lambda \in \wedge \\ \overset{\bullet}{\downarrow} \mu_\lambda \text{ para algún } \lambda \in \wedge \end{array} \qquad (8)$$

Puesto que a un juego se lo puede ver como la especificación de todas las posibles interacciones entre un sistema (Neoclásico) y el ambiente (Naturaleza), el juego semántico G nos permite clasificar los comportamientos que se pueden modelar como estrategias y, en consecuencia, especificar cómo puede jugar el sistema ante cada estímulo que ofrece el ambiente.

Definición: relación de transformación monotónica:

Sea Ω: $(f(\geq_\lambda))_{j\in\wedge} \to (f(\geq_\lambda))_{j\in\wedge} \to$ una relación tal que $f(\geq_\lambda)_{j^*}\ \Omega\ f(\geq_\lambda)_j$ si y sólo si $x \geq_\lambda x'$ y $f(\geq_\lambda)_j(x) > f(\geq_\lambda)_j(x')$, entonces, $f(\geq_\lambda)_{j^*}(x) > f(\geq_\lambda)_{j^*}(x')$. Decimos que $f(\geq_\lambda)_{j^*}$ es una transformación monotónica de $f(\geq_\lambda)_j$ si $f(\geq_\lambda)_{j^*}\ \Omega\ f(\geq_\lambda)_j$

Se verifica trivialmente que Ω es reflexiva, transitiva y simétrica, es decir, Ω es una relación de equivalencia. De este modo, si definimos f como sigue:

$$f = (\geq_\lambda)_{\lambda\in\wedge}\ x(f(\geq_\lambda))_{j\in\wedge}$$

en el marco de la teoría de los juegos semánticos, decimos que f es una estrategia en el juego G tal que $f \subset P_G^{even}$, donde f satisface las siguientes condiciones:

a) $\in \in f$
b) $((\geq_\lambda), f(\geq_\lambda)) \wedge ((\geq_\lambda), (f^*(\geq_\lambda))) \in f \Rightarrow f^*(\geq_\lambda)\ \Omega\ f(\geq_\lambda)$

La condición a) sobre f dice que f es un árbol de P_G de trayectorias de longitud par, y b) es una condición de determinación (Abramsky, 1996, 5). Entonces, podemos considerar un elemento $((\geq_\lambda), (f(\geq_\lambda)))$

de f diciendo: "dado un estímulo $\geq_\lambda$ proporcionado por el ambiente (Naturaleza) en un contexto s, el sistema (Neoclásico) responde con $f(\geq_\lambda)$" (Abramsky, 1996, 5; Hintikka, 1999, 146-147).

Reformulando el juego semántico G asociado a F, tenemos que:

$$G = \left\langle (\geq_\lambda)_{\lambda\in\wedge} \cup (\mu_\lambda)_{\lambda\in\wedge}\ \lambda(\alpha) = \begin{cases} \overset{\alpha}{\downarrow}\!\!\!\!\! O \text{ si } \alpha = \geq_\lambda \forall \lambda\in\wedge \\ P \text{ si } \alpha = \mu_\lambda \forall\lambda\in\wedge \end{cases},\ f \subset P_G^{even} \right\rangle$$

representa al árbol

$$\begin{array}{l} \circ \\ \downarrow \geq_\lambda \text{ para algún } \lambda \in \wedge \\ \bullet \\ \downarrow f(\geq_\lambda) \\ \circ \end{array} \tag{9}$$

Así, una vez se ha tenido éxito en la construcción del conjunto-modelo ⌈ para el propósito de verificar F, y se ha construido un esquema de proposiciones para el tipo de mundo en que todas las interpretaciones de ⌈ son verdaderas en F, todo lo que necesitamos para demostrar que se ha cumplido con todos los requisitos es interpretar cada miembro de $(\mu_\lambda)_{\lambda\in\wedge}$ tal que $\models_{\mu\lambda} \langle X, \geq, d, \mu\rangle$, como perteneciente a este esquema de proposiciones.

CONCLUSIONES

Creemos haber establecido dos puntos fundamentales para entender la actividad de los economistas teóricos cuando construyen funciones de utilidad. El primero es que la actividad de los seguidores de la TUNC está integrada por dos tipos diferentes: juegos de salón, en los que establecen las condiciones de verdad para el mejor mundo posible que podría enfrentar la teoría, y juegos de buscar y encontrar, en los que intentan encontrar funciones de utilidad para distintos mundos posibles. Esta última es la que ha permitido incursiones de la TUNC en los dominios de aquellos mundos extraños y elusivos que conocemos como comportamientos irracionales e inconsistentes. La primera, en cambio, es la actividad silenciosa implícita en la práctica de miles de investigadores y teóricos neoclásicos. Aunque suene paradójico, el uso del lenguaje de salón es lo que ha hecho más potente y económica a la TUNC: en vez de buscar todos los objetos reales que podrían ser instancias adecuadas de sustitución en F, el adepto neoclásico verifica primero si su construcción satisface las propiedades del conjunto-modelo, es decir, si tiene una estrategia ganadora en el juego de salón. Lo que podría haber sido una búsqueda interminable, con alto costo de deliberación y un final incierto, se convirtió en un juego de longitud dos (dos movimientos alternados del seguidor Neoclásico y de su oponente), en el que Neoclásico sabe qué probabilidad tiene de alcanzar una estrategia ganadora.

Un primer corolario es que la expansión del dominio de la teoría ha dependido de la capacidad de los teóricos neoclásicos para elegir nuevas estrategias en el juego de salón y transformar el conjunto-modelo original. No es difícil ver que ésta no es sino otra forma de caracterizar el "progreso" o transformación de una teoría.

El segundo punto es haber establecido un procedimiento para decidir en qué casos y situaciones la función de utilidad propuesta es una representación adecuada de un orden de preferencias. Es lo que en el lenguaje de la lógica se conoce como una semántica para la TUNC.

Ambas tareas han sido realizadas en el contexto de los juegos semánticos propuestos por Hintikka, y expresado en el lenguaje más condensado y sintético de Abramsky.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abramsky, S. 1996. "Semantics of Interaction: An Introduction to Games Semantics", A. Pitts y P. Dybjer, eds., *Semantics and Logics of Computation*, London, UK, Cambridge University Press, pp. 1-31.

Enderton, H. *1987.* Una introducción matemática a la lógica, Pablo Rosenblueth, trad., México D. F., Universidad Nacional de México.

Guerrero, G. 2002. "Relatividad ontológica, modelos de lenguaje y juegos de lenguaje", *Estudios de Filosofía* 25, Universidad de Antioquia.

Hintikka, J. 1976. *Lógica, juegos de lenguaje e información*, Alfonso García Suárez, trad., Madrid, Tecnos.

Hintikka, J. 1999. "What is the Logic of Experimental Inquiry?, *Inquiry as Inquiry: A Logic of Scientific Discovery*, Dordrechet, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers.

Koopmans, T. C. 1980. *Tres ensayos sobre el estado de la ciencia económica*, Barcelona, Antoni Bosch.

Pinter, C. 1971. *Set Theory*, L. H. Looms, consulting editor, Cambridge, MA, Adison-Wesley.

Villar, A. 1996. *Curso de microeconomía avanzada: un enfoque de equilibrio general*, Barcelona, Antoni Bosch.

Wittgenstein, L. 1975. *Philosophical Remarks*, Chicago, The University of Chicago Press.